Pálya, fixpont, stabilizátor: Legyen H részcsoport S_n-ben. Ekkor $1 \leq j \leq n$ fixpontja $h \in H$-nak, ha a h permutáció j-t fixen hagyja, azaz $h(j) = j$. A j pont H_j stabilizátora azon H-beli permutációk halmaza, amelyeknek a j fixpontja, $H_j \leq H$. Egy j pont $H(j)$ pályája (vagy orbitja) $\{1, 2, \ldots, n\}$ azon részhalmaza, ahova a H elemei a j-t elviszik. Az $\{1, 2, \ldots, n\}$ halmaz a pályák diszjunkt uniója.

Burnside-lemma: A pályák száma a H-beli permutációk fixpontjainak átlagos száma.

33. Határozzuk meg az egyes permutációk fixpontjait, az egyes pontok stabilizátorait és a pályákat, valamint ellenőrizzük a Burnside-lemma állítását az alábbi esetekben:
(a) $n = 5$, $H = \langle(12)(345)\rangle$; (b) $n = 6$, $H = \langle(12)(3456)\rangle$; (c) $n = 3$, $H = A_3$.

34. Egy négyzetet függőleges és vízszintes vonalakkal felosztunk 49 egybevágó kis négyzetre, amelyek közül 5-öt pirosra festünk. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha az egybevágóságokkal egymásba vihető elrendezéseket nem tekintjük különbözőknek?

35. Egy iparművész egy hagyományos kör alakú óralapon a 12 szám helyett (a) 3; (b) 4 helyre egyforma köröket, a többi helyre egyforma négyzeteket rajzolt (a mutatókat pedig leszerelte, hogy azok ne zavarják az esztétikai élvezetet). Hányféle műalkotás születhetett így, ha a szimmetriákkal egymásba vihetők egynek számítanak?

36. Van-e S_{12}-ben (a) 60; (b) 16 rendű elem?

37. Igaz vagy hamis? (G véges csoport)
(a) Ha G-ben van 4 rendű elem, akkor $|G|$ osztható 4-gyel.
(b) Ha $|G|$ osztható 4-gyel, akkor G-ben van 4 rendű elem.
(c) Ha $|G|$ páros, akkor G-ben van 2 rendű elem.

38. Mutassunk példát olyan véges csoportra, amelynek elemszáma osztható 15-tel, de nincs benne 15 rendű elem.

39. Az alábbi csoportok közül melyek izomorfak?
(a) $\mathbf{Z}_6 \times \mathbf{Z}_4$; (b) $\mathbf{Z}_8 \times \mathbf{Z}_3$; (c) $\mathbf{Z}_{12} \times \mathbf{Z}_2$; (d) S_4; (e) D_{12}.

40. (a) Adjunk meg $|S_4|$ minden $k > 0$ osztójához egy k elemű részcsoportot S_4-ben.
(b) Mutassuk meg, hogy A_4-ben nincs 6 elemű részcsoport, noha a 6 osztója $|A_4|$-nek.